



Petar ima metar

Izradili: Petar Ratković, Ivana Mohorović,
Marija Kimer, Marija Pezić

Mentor: Đenifer Micolli



“Kaštel”

- Kaštel-kako ga ljudi popularno nazivaju, omiljeno je šetalište pasa, mjesto oko kojeg se okupljaju mladi, savršeno mjesto za fotografiranje, pogled na grad Pulu, velika livada u centru grada, i sve ostalo što vam padne na um.



**“Kaštel” je sve to i
još mnogo više!!**





Zašto baš Mletačka utvrda?

Na Kaštelu smo svakodnevno. Šećemo, mjerimo, crtamo...A nismo ni svjesni kakvim prostorima prolazimo.

Upravo zato odlučili smo malo bolje proučiti ovu nevjerojatnu građevinu, pokazati ljudima koliko je zapravo veliko i dragocjeno nešto na što više ne obraćaju pažnju.



Cíļjeví:

- pokazati Mletačku utvrdu kroz brojke
- izračunati što više podataka i biti što točniji
- pretpostaviti koliko ljudi može primiti utvrda, kako se može bolje iskoristiti
- dati Kaštelu novu dimenziju, pogledati ga očima matematike

Prikupljanje podataka

Kako bi dobili željene odgovore prvo smo morali uzeti metar u ruke i izmjeriti utvrdu.





Mjere:

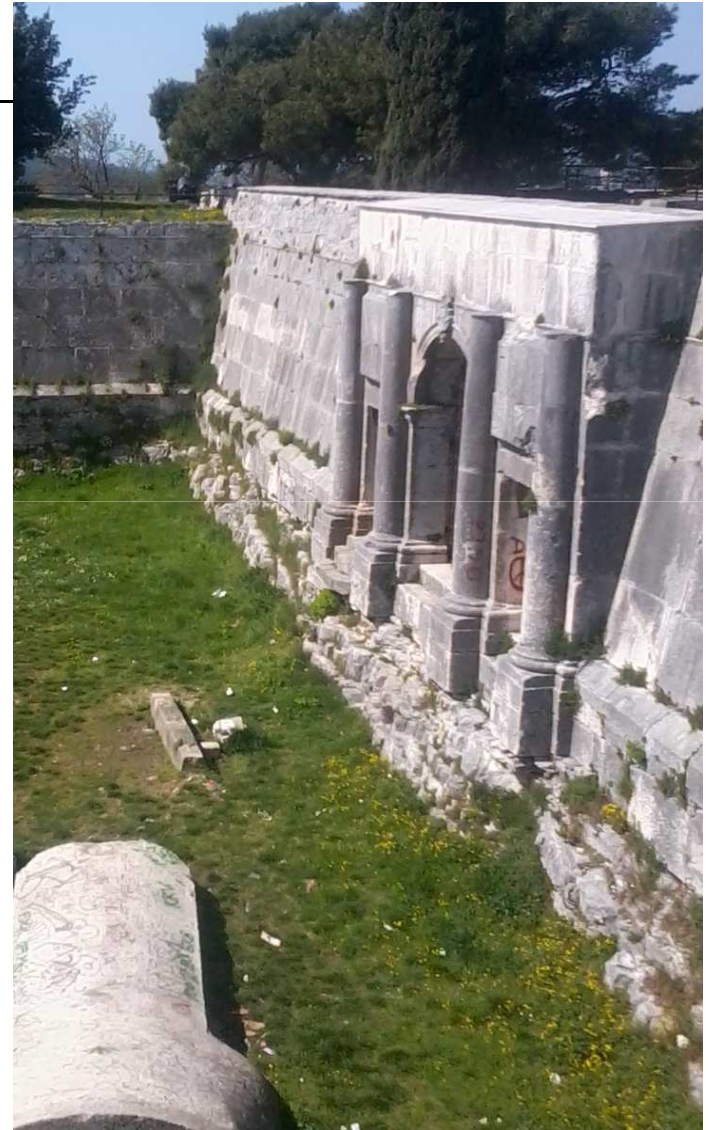
- Duljina glavnih pročelja 38 m
- Utvrda sadrži 4 kule sastavljene od 4 zida (2*10 m i 2*30 m)
- Opseg utvrde 412 m
- Visina zidina 7.1 m (kule) i 8.3 m (pročelja)
- Širina zidina 2 m
- Dimenzija jednog bloka 1 m*1 m*1.2 m
- Visina prostorija i prolaza 4.1 m



Problemi s kojima smo se susreli

- Prvi od problema na koji smo naišli je nedostatak povijesnih podataka.
- Prilikom mjerenja problem nam je predstavljao vjetar i visina zidina.
- Zidovi su jako visoki pa smo morali mjeriti dugačkom vrpcom i to na način da smo vrpcu spuštali s vrha zidina prema tlu.

- Sljedeći problem na koji smo naišli bila je razlika u visinama zidova koje smo mjerili. Zaključili smo da je to zbog nakupina zemlje i kamena na pojedinim zidovima što jasno pokazuje sljedeća slika.



Računanje površine:

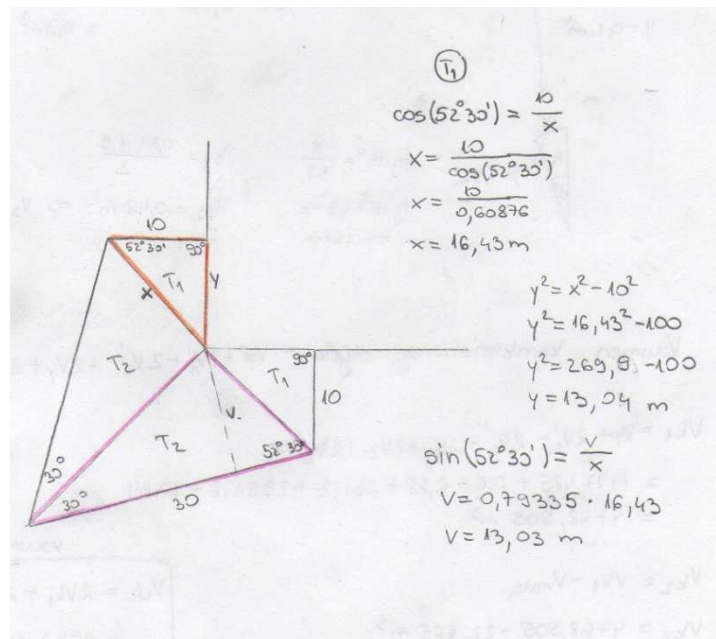
$$\cos(52^{\circ}30') = \frac{10}{x} \quad x = \frac{10}{\cos(52^{\circ}30')} = \frac{10}{0.60876} = 16.43 \text{ m}$$

$$y^2 = x^2 - 10^2 = 16.43^2 - 10^2 = 269.9 - 100$$

$$y = 13.04 \text{ m}$$

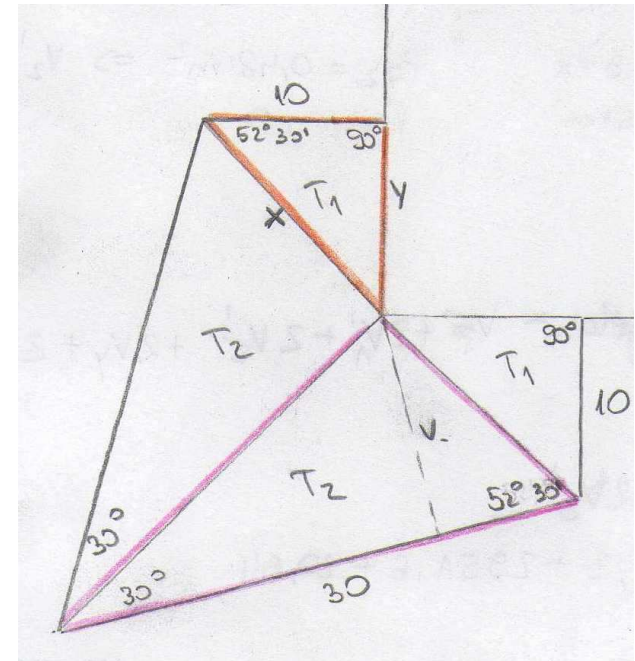
$$\sin(52^{\circ}30') = \frac{v}{x}$$

$$v = 0.79335 \cdot 16.43 = 13.03 \text{ m}$$



$$P_{T1} = \frac{10 \cdot y}{2} = \frac{10 \cdot 13.04}{2} = 65.2 \text{ m}^2$$

$$P_{T2} = \frac{30 \cdot v}{2} = \frac{30 \cdot 13.03}{2} = 195.52 \text{ m}^2$$



$$P_{kraka} = 2P_{T1} + 2P_{T2} = 130.4 + 391.04 = 521.44 \text{ m}^2$$



Površina utvrde





$$P_{\text{kvadrata}} = a^2 \rightarrow a = 38 + 2 \cdot 13.04 = 64.08 \text{ m}$$

$$P_{\text{kvadrata}} = 4106.25 \text{ m}^2$$

$$P_{\text{utvrde}} = P_{\text{kvadrata}} + 4 \cdot A_{\text{kraka}}$$

$$P_{\text{utvrde}} = 4106.25 + 4 \cdot 521.44 = 4106.25 + 2085.78 = 6192.025 \text{ m}^2$$



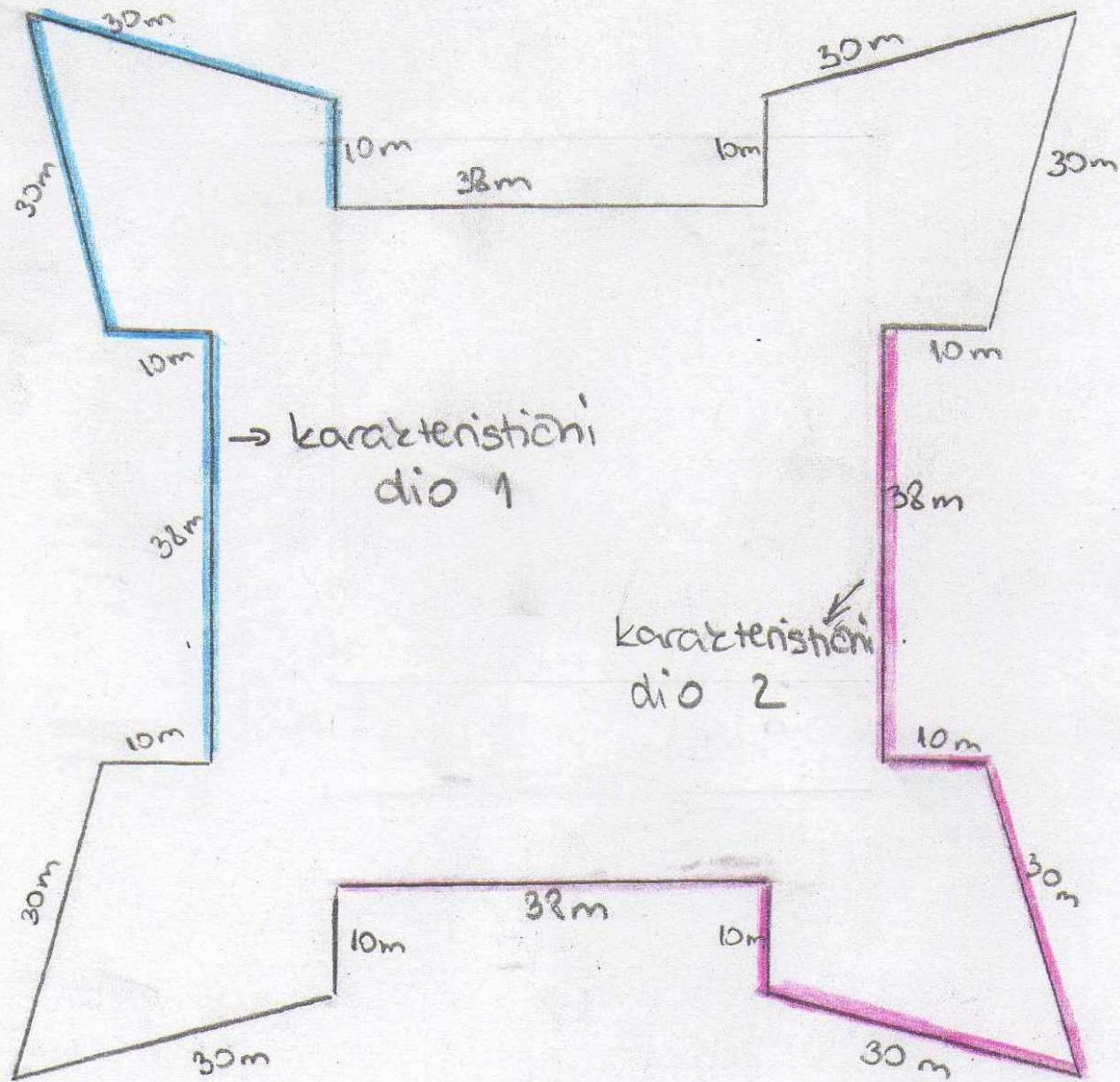
Obrada podataka:

Podatke smo obrađivali klasičnim matematičkim formulama za izračunavanje volumena.

Posao nam je olakšalo to što je utvrda sastavljena od 4 karakteristična dijela (jedan zid i jedna kula). Dva pročelja imaju vrata, pa smo volumen koji zauzimaju vrata oduzeli.

Presjek zidine sastoji od više geometrijskih oblika (pravokutnik, trapez) pa smo morali površinu zidova računati dio po dio.

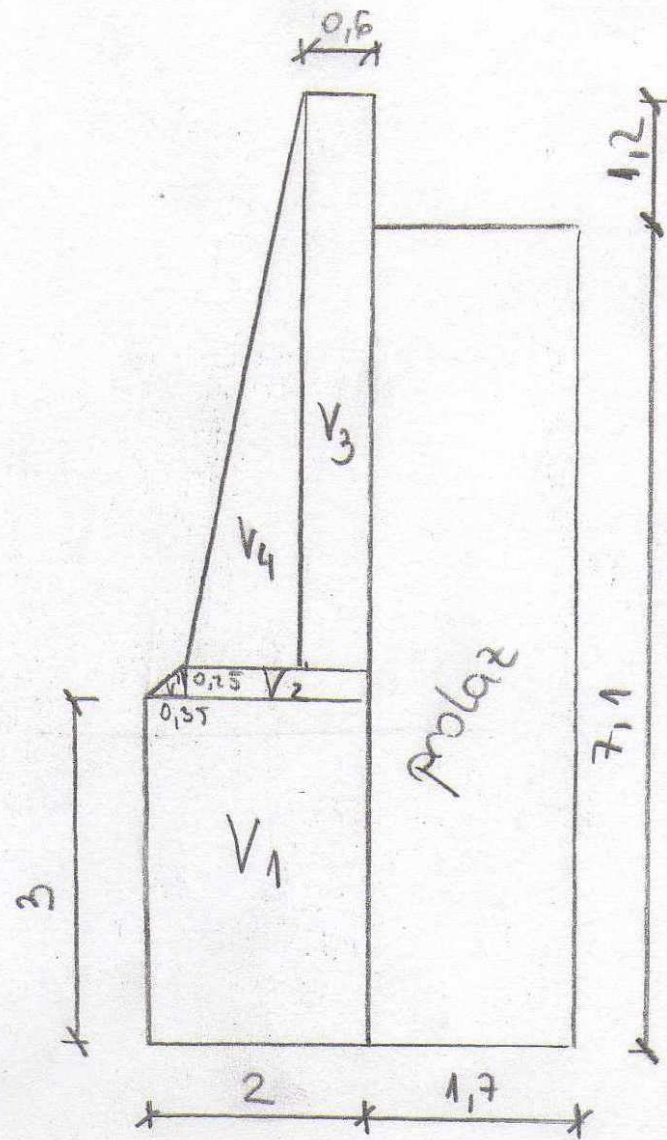
TLOCRT





Računanje volumena zidova:

Presjek zidova jasno nam pokazuje kako su zidine sastavljene od više geometrijskih tijela. Pa smo i mi zidove "dijelili" na jednostavna geometrijska tijela te smo zbrajanjem svih volumena dobili ukupan volumen zidina.



$$V_{z1} = V_1 + V_2 + V_3 + V_4$$

Računanje volumena pročelja duljine 38 m

$$V_1 = P \cdot h = 38 \cdot 2 \cdot 3 = 228 \text{ m}^3$$

$$V_2 = V^{\wedge} + V^{\vee} = 17.34 \text{ m}^3$$

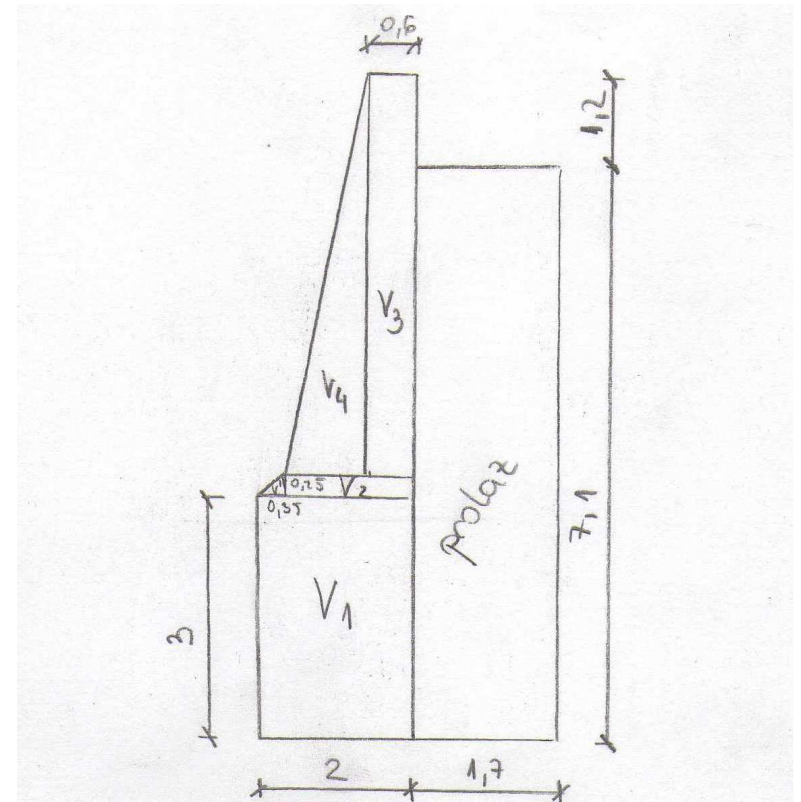
$$V^{\wedge} = 38 \cdot 1.65 \cdot 0.25 = 15,678 \text{ m}^3$$

$$V^{\vee} = \frac{38 \cdot 0.35 \cdot 0.25}{2} = 1.66 \text{ m}^3$$

$$V_3 = 38 \cdot 0.6 \cdot 5.05 = 1151.4 \text{ m}^3$$

$$V_4 = \frac{38 \cdot 1.05 \cdot 5.05}{2} = 100.75 \text{ m}^3$$

$$V_p = V_1 + V_2 + V_3 + V_4 = 1497.485 \text{ m}^3$$



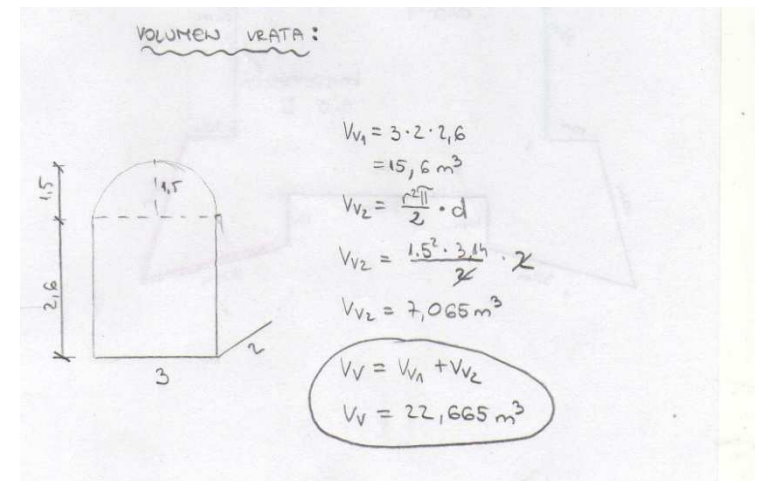
Izračun pročelja s vratima


- Premda već imamo izračunan volumen pročelja bez vrata, kako bi dobili volumen pročelja s vratima morali smo izračunati volumen vrata te ga oduzeti od volumena pročelja.

$$V_{V1} = 3 \cdot 2 \cdot 2,6 = 15,6 \text{ m}^3$$

$$V_{V2} = \frac{r^2 \cdot \pi}{2} \cdot d = \frac{1,5^2 \cdot 3,14}{2} \cdot 2 = 7,065 \text{ m}^3$$

$$V_v = V_{V1} + V_{V2} = 22,665 \text{ m}^3$$



- 
-
- Dakle dobivamo da je volumen pročelja s vratima jednak:

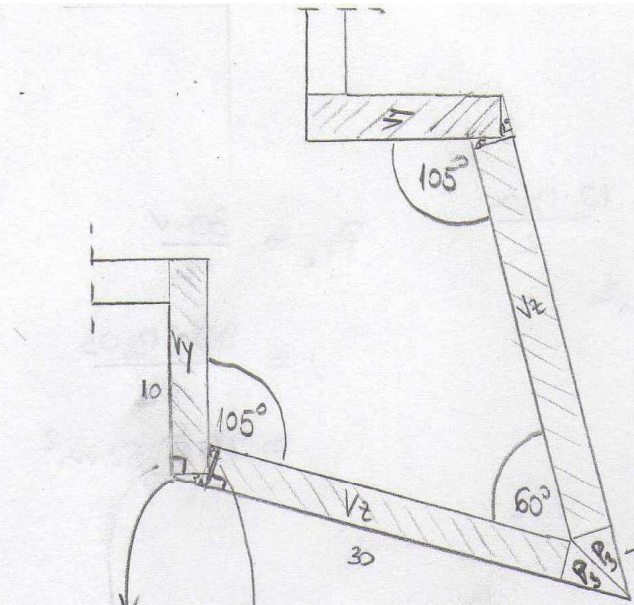
$$V_p - V_v = 1497.485 - 22.665 = 1474.82 \text{m}^3$$





Krak utvrde

- Kod računanja volumena kraka utvrde naišli smo na novi problem.
- Krak smo podijelili na dva pravokutnika čiji volumen označavamo sa V_y , dva pravokutnika čiji volumen označavamo s V_z , 2 trokuta P1, dva trokuta P2 i dva trokuta P3. No, dobili smo nepoznanice koje smo izračunali uz pomoć trigonometrije.



$$2^2 - 1,92^2 = y^2$$

$$y^2 = 4 - 3,69$$

$$y = 0,1 \text{ m}$$

$$\cos 15^\circ = \frac{x}{2}$$

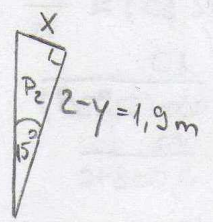
$$2 \cdot \cos 15^\circ = x$$

$$x = 1,92 \text{ m}$$

$$P_{D1} = \frac{x \cdot y}{2}$$

$$P_{D1} = \frac{1,92 \cdot 0,1}{2}$$

$$P_{D1} = 0,1 \text{ m}^2 \Rightarrow V_1' = 0,1 \cdot 3 = 0,3 \text{ m}^3$$



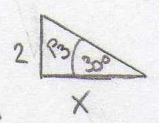
$$\text{tg } 15^\circ = \frac{x}{1,9}$$

$$\text{tg } 15^\circ \cdot 1,9 = x$$

$$x = 0,51 \text{ m}$$

$$P_{D2} = \frac{0,51 \cdot 1,9}{2}$$

$$P_{D2} = 0,48 \text{ m}^2 \Rightarrow V_2' = 0,48 \cdot 7,1 = 3,4 \text{ m}^3$$



$$\text{tg } 30^\circ = \frac{2}{x}$$

$$x = \frac{2}{\text{tg } 30^\circ}$$

$$x = 3,46 \text{ m}$$

$$P_3 = \frac{3 \cdot 46 \cdot 2}{2}$$

$$P_3 = 3,46 \text{ m}^2$$

$$V_3' = 3,46 \cdot 3$$

$$V_3' = 10,32 \text{ m}^3$$

Izračuni za krak utvrde

V_{y-12m}

$$V_{1Y} = 12 \cdot 2 \cdot 3 = 72 \text{ m}^3$$

$$V_{2Y} = V^{\wedge} + V^{\vee} = 5.475 \text{ m}^3$$

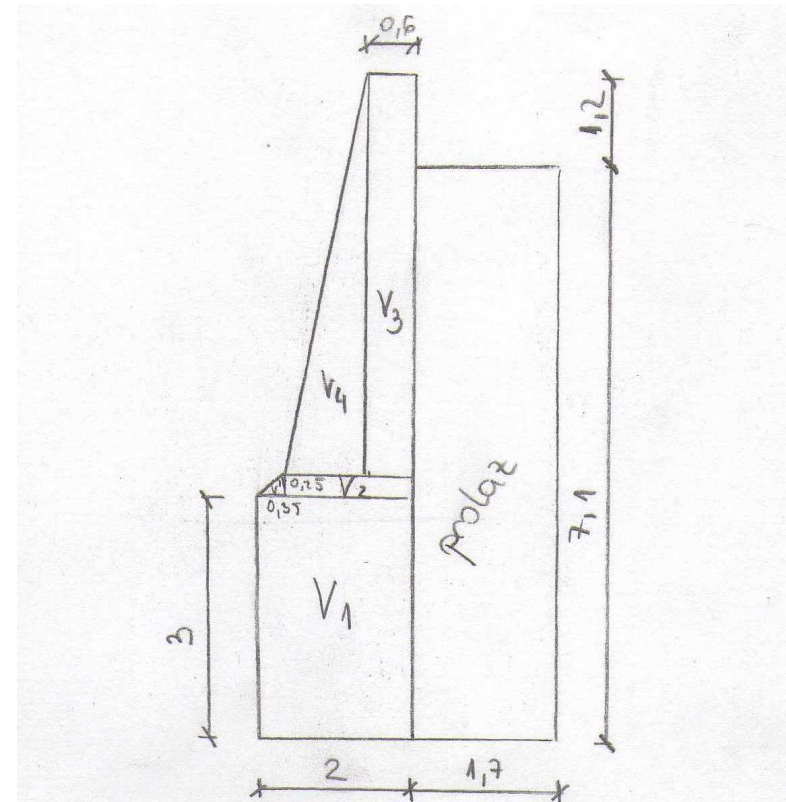
$$V^{\wedge} = 12 \cdot 1.6 \cdot 50.25 = 4.95 \text{ m}^3$$

$$V^{\vee} = \frac{12 \cdot 0.35 \cdot 0.25}{2} = 0.525 \text{ m}^3$$

$$V_{3Y} = 12 \cdot 0.6 \cdot 5.05 = 36.36 \text{ m}^3$$

$$V_{4Y} = \frac{12 \cdot 1.05 \cdot 5.05}{2} = 31.815 \text{ m}^3$$

$$V_Y = V_{1Y} + V_{2Y} + V_{3Y} + V_{4Y} = 145.65 \text{ m}^3$$



Izračuni za krak utvrde

$V_z = 24.62m$

$$V_{1z} = 24.62 \cdot 2 \cdot 3 = 147.72 \text{ m}^3$$

$$V_{2z} = V^{\wedge} + V^{\wedge\wedge} = 11.23 \text{ m}^3$$

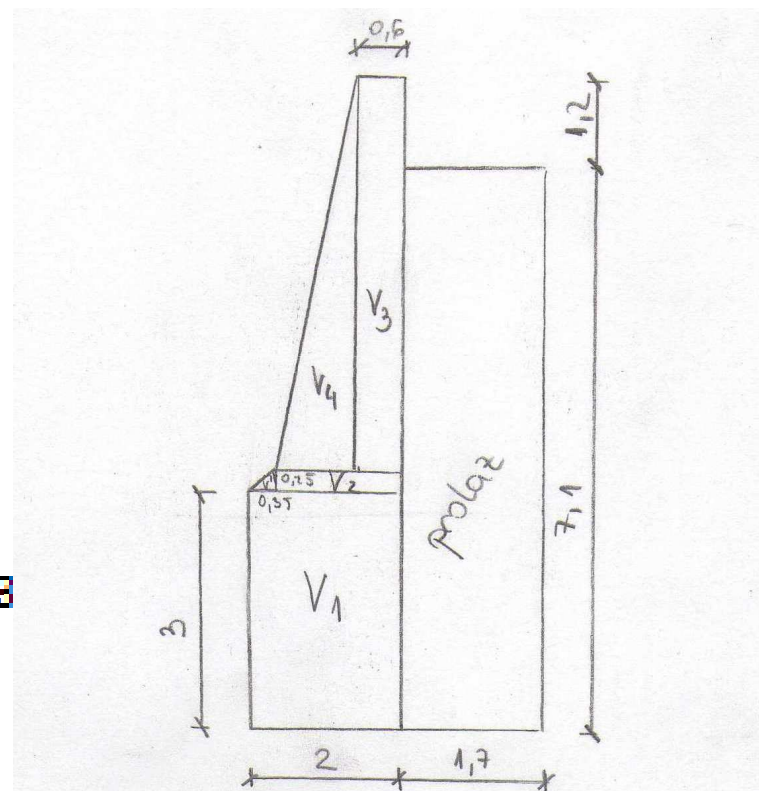
$$V^{\wedge} = 24.62 \cdot 1.65 \cdot 0.25 = 10.15575 \text{ m}^3$$

$$V^{\wedge\wedge} = \frac{24.62 \cdot 0.35 \cdot 0.25}{2} = 1.077125 \text{ m}^3$$

$$V_{3z} = 24.62 \cdot 0.6 \cdot 5.05 = 74.5986 \text{ m}^3$$

$$V_{4z} = \frac{24.62 \cdot 1.05 \cdot 5.05}{2} = 130.5475 \text{ m}^3$$

$$V_z = V_{1z} + V_{2z} + V_{3z} + V_{4z} = 1475.8 \text{ m}^3$$





Volumen prvog karakterističnog dijela

- Nakon što smo izračunali volumen svih dijelova dobivamo volumen prvog karakterističnog dijela.

V_p = volumen pročelja dužine 38 m

V₁'' = volumen trostrane prizme

V₂'' = volumen druge trostrane prizme

V_y = volumen dijela kraka dugačkog 12 m

V_z = volumen dijela kraka dugačkog 30 m

V₃ = volumen treće trostrane prizme (na špicu)



Volumen karakterističnog dijela = $V_p + 2V_1 + 2V_2 + 2V_Y + 2V_Z + 2V_3$

$$V_{k1} = V_p + 2V_1 + 2V_2 + 2V_Y + 2V_Z + 2V_3$$

$$V_{k1} = 1497.485 + 0.6 + 6.88 + 291.3 + 2951.6 + 10.84 = 4768.505 \text{ m}^3$$



Volumen drugog karakterističnog dijela

- Budući da smo ranije izračunali volumen pročelja koja uključuju vrata, možemo izračunati i volumen drugog karakterističnog dijela.

$$V_{k2} = V_{k1} - V_{vrata} = 4768.505 - 22.665 = 4745.84 \text{ m}^3$$



Volumen zidina

- Izračunali smo volumen oba karakteristična dijela pa je lako dobiti ukupni volumen zidina

$$V_{uk} = 2V_{k1} + 2V_{k2} = 9537.01 + 9491.68 = 19028.69 \text{ m}^3$$



Volumen blokova

- Želimo odrediti približan broj utrošenih blokova za izgradnju samih zidina. Volumen zidina nam je poznat, dakle moramo odrediti volumen jednoga bloka, te smo dobili da je volumen jednog bloka:

$$V_b = 1 \cdot 1 \cdot 1.2 = 1.2 \text{ m}^3$$

- Nakon što znamo volumen jednog bloka, izračunali smo približan broj utrošenih blokova.

$$V_{\text{blokova}} = 1.2 \text{ m}^3 \rightarrow \text{Broj blokova} = \frac{V_{\text{uk}}}{V_b} = \frac{19028.69}{1.2} \approx 15857 \text{ blokova}$$



Volumen utvrde

- Površina utvrde je 6192.025m^2 . Ako kao prosječnu visinu uzmemo 7.1m , dobivamo da je volumen koji zauzima utvrda jednak 43963.38m^3 .

$$V_{\text{utvrde}} = P_{\text{utvrde}} \cdot h = 6192.025 \cdot 7.1 = 43963.38 \text{ m}^3$$





Volumen utvrde koji je pod zemljom

$$V_{zakopano} = 4 \cdot V_{kraka} + V_X$$

$$V_{kraka} = P_{kraka} \cdot 7.1 = 521.44 \cdot 7.1 = 3702.224 \text{ m}^3$$

$$V_X = P_{kvadrata} \cdot 3 = 4106.25 \cdot 3 = 12318.75 \text{ m}^3$$

$$V_{zakopano} = 4 \cdot 3702.224 + 12318.75 = 27127.646 \text{ m}^3$$

Volumen iskoristivog dijela

$$V_{\text{utvrde}} - V_{\text{zatrpano}} = V_{\text{iskoristivo}}$$

$$V_{\text{iskoristivo}} = 16835.734 \text{ m}^3$$

Računanje volumena izgrađenog prostora

$$V_{\text{prolaza}} = 1.7 \cdot 4.1 = 264.86 \text{ m}^3$$

$$P_s = 25 \cdot 18.6 = 465 \text{ m}^2$$

$$V_{\text{spremišta}} = P_s \cdot h_s = 465 \cdot 5 = 2325 \text{ m}^3$$

$$P_1 = 187.2 \text{ m}^2 \quad P_2 = 426.24 \text{ m}^2 \quad P = P_1 + P_2 = 613.24 \text{ m}^2$$

$$V_{\text{prostorija}} = P_{\text{prostorija}} \cdot 4.1 = 613.24 \cdot 4.1 = 2514.28 \text{ m}^3$$

$$V_{\text{izgrađenog}} = 2V_{\text{prolaza}} + V_{\text{spremnika}} + V_{\text{prostorija}} = 2 \cdot 264.86 + 2325 + 2514.28 \\ = 5369 \text{ m}^3$$



Postotci iskorisćenosti

$$V_{\text{zatrpano}} \div V_{\text{utvrde}} = 27127.646 \div 43963.38 = 0.62 \text{ m}^3$$

≈ 62% je neiskoristivo

$$V_{\text{izgrađenog}} \div V_{\text{utvrde}} = 5369 \div 43963.38 = 0.12 \text{ m}^3$$

→ 12% utvrde iskorisćenog za prostorije

Konačni rezultati

Volumen cijele utvrde	43963.38m³
Volumen utvrde koji je pod zemljom	27127.65m³
Volumen utvrde koji je iskoristiv	16835.73m³
Volumen utvrde koji je iskorišten-izgrađen	5369m³
Volumen spremišta za vodu	23225m³
Volumen prostorija	2514.28m³
Volumen zidina	19028.69m³
Broj utrošenih blokova za zidine	15857 kom
Volumen dvaju prolaza (za hodanje oko utvrde)	529.72m³
Površina utvrde	6192.03m²



Zaključak

- Utvrda bi se mogla puno bolje iskoristiti. Prije nekoliko godina postojala je ideja za obnovu Kaštela koja nikada nije provedena u djelo.
- Sve ove podatke izračunali smo pomoću jednog metra i malo dobre volje. Možete vidjeti da matematika uopće nije dosadna ako je znate primjenjivati u prave svrhe

Završne riječi

Nadamo se da smo vam pokazali koliko je velik i važan samo ovaj komadić našega grada. Nadamo se da ćete sljedeći put kada prođete ispod mletačke utvrde zastati barem na tren, podignuti pogled i uživati u viđenom.





Izradili:

Petar Ratković, Marija Kimer, Ivana
Mohorović i Marija Pezić

Mentor: Đenifer Micolli